$\Leftrightarrow -g'(x) + 2g(x) = 1$

$\Leftrightarrow g'(x) = 2g(x) - 1$

$\Leftrightarrow$ g est une solution de l'équation différentielle : $y' = 2y - 1$

c)
g est une solution de l'équation différentielle : $y' = 2y - 1$

$\Rightarrow g(x) = ke^{2x} + \frac{1}{2}$ et $g(x) \neq 0$; $\forall x \in IR$

$\Rightarrow g(x) = ke^{2x} + \frac{1}{2}$ avec $k \in IR_+$

$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{2ke^{2x}+1}$ avec $k \in IR_+$

* Réciproquement

$f(x) = \frac{2}{2ke^{2x}+1}$; $k \in IR_+$

f est dérivable sur IR et ne s'annule pas sur IR

$f'(x) = \frac{-8ke^{2x}}{(2ke^{2x}+1)^2}$

$f'(x) + 2f(x) = \frac{4}{(2ke^{2x}+1)^2} = f^2(x)$

Conclusion : E est l'ensemble des fonctions définies sur IR par :

$f(x) = \frac{2}{2ke^{2x}+1}$; $k \in IR_+$

EXERCICE 9 :

1) $\begin{cases} y'(t) = k\,y(t) \\ y(0) = N \end{cases}$; $k > 0$

d'où $y(t) = N\,e^{kt}$

2) $y(2) = 4y(0)$

$\Rightarrow N\,e^{2k} = 4N \Rightarrow e^{2k} = 4$

$\Rightarrow 2k = 2Ln2 \Rightarrow k = Ln2$ d'où

$y(t) = N\,e^{tLn2} = N \times 2^t$

d'où $y(3) = 8.N$

3) $y(5) = 6400$

$\Rightarrow N \times 2^5 = 6400 \Rightarrow N = 200$

EXERCICE 10 :

$f(x) = e^{-x}.\sin x$

1) – a) $f'(x) = (\cos x - \sin x)\,e^{-x}$

$\cos x - \sin x = r.\cos(x - \varphi)$

Avec $\begin{cases} r = \sqrt{2} \\ \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \varphi \equiv -\frac{\pi}{4}\,(2\pi)$

D'où : $f'(x) = [\sqrt{2}.\cos(x + \frac{\pi}{4})].e^{-x}$

$f'(x) = \sqrt{2}.e^{-x}.\cos(x + \frac{\pi}{4})$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π
$\cos(x+\frac{\pi}{4})$	+	0	-	0	+

$S_{[0,2\pi]} = [0, \frac{\pi}{4}[\cup]\frac{5\pi}{4}, 2\pi]$

c) $f'(x) = \sqrt{2}.e^{-x}.\cos(x + \frac{\pi}{4})$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0 ↗	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$ ↘	$-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{5\pi}{4}}$ ↗	0

$T_0 : y = x$

$T_{2\pi} : y = e^{-2\pi}(x - 2\pi)$

2) – a) * $(\mathcal{C}_1) \cap (\mathcal{C})$?

$\begin{cases} f(x) = e^{-x} \\ x \in [0,2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ x \in [0,2\pi] \end{cases}$